Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции

и ордена Трудового Красного Знамени

государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Робототехники и комплексной автоматизации»

Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовому проекту на тему:

*«Оптимизация хода парусного судна»*

Студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (Яблоков В.) Группа РК6-61

Руководитель проекта \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (Берчун Ю.В.)

Москва, 2014

# Введение

Содержание

[Введение 2](#_Toc392016933)

[Общая схема решения 3](#_Toc392016934)

[Динамическая модель судна 3](#_Toc392016935)

[Испытание модели 4](#_Toc392016936)

[Алгоритм имитации отжига 5](#_Toc392016937)

[Результаты работы алгоритма 9](#_Toc392016938)

[Заключение 12](#_Toc392016939)

[Использованные источники 12](#_Toc392016940)

В данной работе рассмотрена задача поиска наискорейшего пути парусного судна до некоторой удаленной точки. Выбрана простейшая динамическая модель судна, учтены только самые важные факторы. В качестве основного метода оптимизации был выбран метод имитации отжига.

# Общая схема решения

Задача разбивается на следующие подзадачи:

1. Составление динамической модели парусного судна
2. Определение испытания
3. Составление алгоритма метода имитации отжига для выбора приближенно наилучшего решения.

# Динамическая модель судна

Прежде всего необходимо определить те факторы, которые будут учитываться при построении модели. Данная модель строилась как механическая система из одной материальной точки. Таким образом управление углом поворота судна не предусматривалось, т.к. путь выражен ломаной линией. Сам поворот не моделируется, но время, которое на него затрачивается учитывается по приближенной эмпирически полученной формуле, которая будет рассмотрена ниже. При моделировании прямолинейного движения судна учитывались следующие факторы:

* сила сопротивления воды
* сила сопротивления воздуху (парусом)
* «подъемная» сила паруса

Сила сопротивления воздуху является основной движущей силой при следовании не против ветра. Подъемная сила паруса - сила, направленная перпендикулярно парусу и схожая во многом с силой с таким же названием в аэродинамике. Она проявляется наиболее заметно при боковом ветре, т.е. при небольших углах атаки. Именно за счет этой силы возможно движение по т.н. острым галсам – т.е. под острым углом к ветру.

Каждая из сил определяется скоростью судна относительно той среды, для которой записана сила, а также углом атаки.

Дифференциальные уравнения движения судна выглядит следующим образом:

,

где – вектор, указывающий направление движения судна.

Система уравнений решается с использованием неявной схемы Эйлера, на каждом шаге которой необходимо решить нелинейное уравнение вида:

Это уравнение решается методом касательных Ньютона.

Радиус-вектор положения определяется как:

Таким образом, установив направление движения и угол установки паруса можно решить уравнения движения до произвольного момента времени и получить динамическую характеристику движения судна.

# Испытание модели

Испытание модели заключается в последовательном решении уравнений до момента достижения точки назначения (если она достижима). На данном этапе необходимо решить несколько самостоятельных задач:

* обеспечить достижение точки назначения с заданной точностью
* подобрать угол установки паруса на заданном направлении, который сообщит судну наибольшее положительное ускорение вдоль траектории
* предусмотреть корректную обработку случая, когда точка назначения недостижима

Был реализован простой эвристический алгоритм, позволяющий при произвольном шаге интегрирования смоделировать движение судна до назначенной точки. Также предусмотрена возможность закончить вычисления преждевременно, если скорость судна установилась и подсчитать оставшееся время по простой формуле. Схема алгоритма:

1. Определить новое направление движения.
2. Подобрать оптимальный угол установки паруса.
3. Провести один шаг интегрирования уравнений движения. Если радиус вектор положения отличается на от вектора точки назначения – , где *T –* общеевремя пути, *t* – текущее модельное время,. Иначе перейти к пункту 4.
4. Если пройдено расстояние большее, чем необходимо, вернуть модель в ее предыдущее состояние, уменьшить шаг интегрирования вдвое и перейти к пункту 3.
5. Если текущая скорость не отличается от предыдущей более, чем на , то , где *s*  - путь, который еще необходимо пройти, *v –* текущая установившаяся скорость.
6. Время поворота на заданное направление подсчитать по формуле:

*,*

где – скорость на момент захода на новое направление, – угол между текущим и новым направлением. Данная формула представляет собой взвешенную сумму скорости и угла поворота, весовые коэффициенты получены из расчета:

Данный алгоритм рассчитывает время, необходимое на поворот на новое направление и преодоление определенного пути по этому направлению. Назовем это время для участка ломаной *i*. Тогда время всего пути определится как:

Таким образом можно получить общее время пути последовательно используя данный алгоритм для каждой промежуточной точки пути. Вычисление времени *T* и определит испытание для каждой заданной ломаной.

# Алгоритм имитации отжига

Прежде всего на простом примере обоснуем применение данного алгоритма.

Назовем некоторую ломаную, которая начинается в точке старта судна и заканчивается в точке финиша и все точки которой удовлетворяют некоторым ограничениям (будут показаны ниже) , а время, за которое судно преодолеет этот путь – . Рассмотрим теперь ломаную , она представляет путь из в через . Пусть теперь

На рисунке 1 показана зависимость времени пути через точку от ее абсциссы.

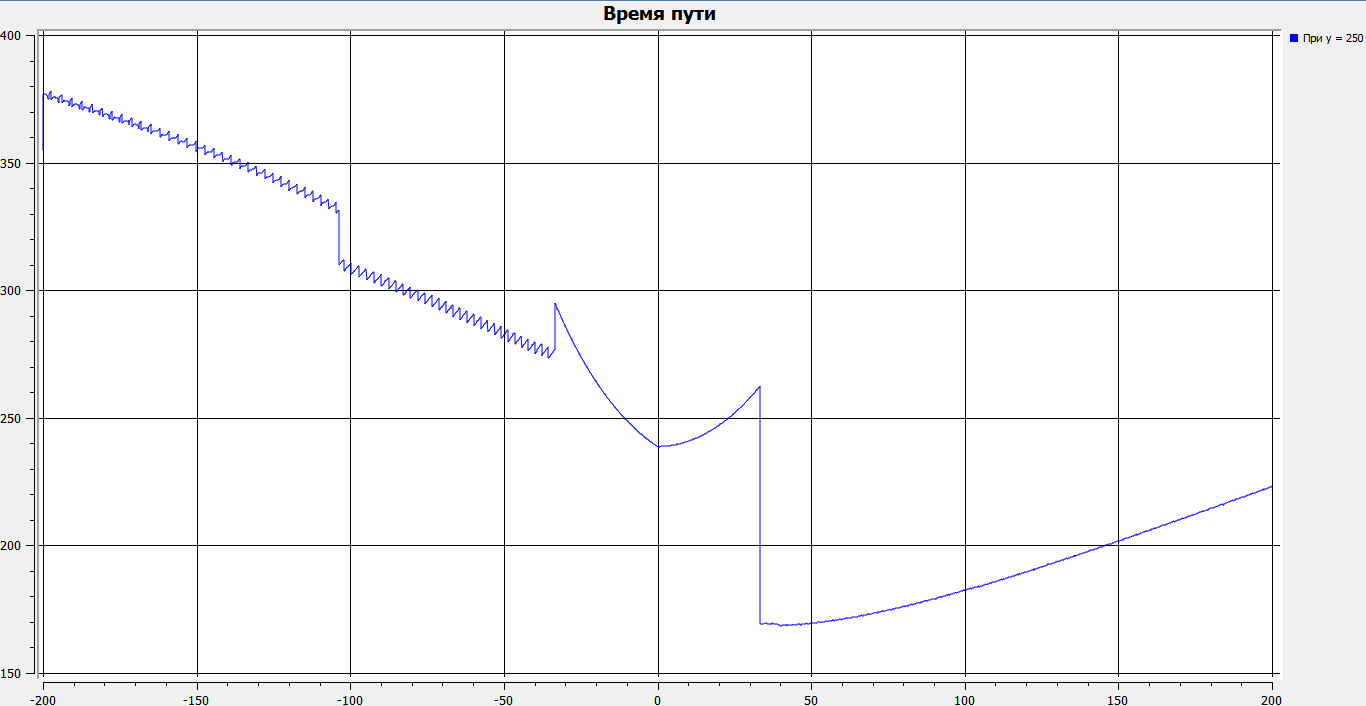


Рисунок 1

Легко видеть, что эта зависимость обладает множеством локальных минимумов, поэтому прямые и градиентные детерминированные локальные методы оптимизации не подходят для решения задачи. Было принято решение использовать недетерминированный алгоритм имитации отжига. Его преимуществом в данном случае является высокая вероятность получения приближения глобального оптимума и весьма низкая вероятность попадания в локальные минимумы.

Алгоритм имитирует перемещение атомов при кристаллизации вещества. Атом может перейти в состояние с большей энергией, но с вероятностью тем меньшей, чем больше он приобретет энергии и чем ниже температура.

Схема алгоритма выглядит следующим образом:

1. Сгенерировать случайную ломаную
2. Провести на ней испытание, получить значение
3. Эта ломаная принимается за следующее приближение глобального оптимума с вероятностью, вычисляемой по распределению Гиббса:
4. Если , завершить вычисления; иначе: перейти к пункту 1.

Видно, что выражение для вероятности больше или равно 1, если следующее приближение лучше текущего, в противном случае она будет тем меньше, чем хуже новое решение и чем меньше температура .

Для реализации алгоритма необходимо сначала решить следующие задачи:

1. Создание алгоритма генерации случайных ломаных, удовлетворяющих заданным ограничениям
2. Выбор функции температуры и ее параметров.

Для решения первой задачи необходимо определить, как именно следует ограничить выбор ломаных. Очевидно, что судно никогда не поплывет против ветра, поэтому необходимо учесть это требование. Также следует определить множество допустимых координат точек прямоугольной областью. Для снижения объема вычислений приведем задачу к следующему конкретному виду:

* точка старта имеет координаты
* точка финиша -
* область поиска ограничена прямоугольником шириной и длиной (рис. 2)

*Рисунок 2*

При такой постановке можно предложить следующий алгоритм:

1. Сгенерировать случайное число
2. Сопоставить ему случайное (определение и рассмотрим ниже)
3. , .

Определение и вытекает из определения направления против ветра при движении из точки с некоторой ординатой *y*. Пусть – вектор, указывающий направление ветра, тогда расммотрим такую систему уравнений:

,

где – вектор, указывающий направление из предыдущей точки в следующую, *t* – переменное действительное числ

Таким способом, сгенерировав очередное случайное *y*, мы можем указать для него – значение абсциссы точки, перейдя в которую из предыдущей мы пройдем прямо против ветра. Далее следует лишь исключить эту точку из области поиска вместе с ее -окрестностью, можно определить как

.

Функция температуры от условного времени алгоритма принята как:

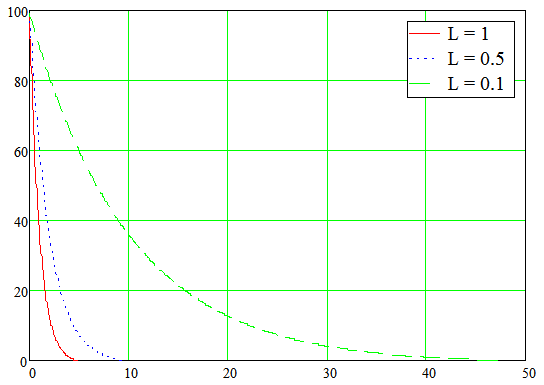
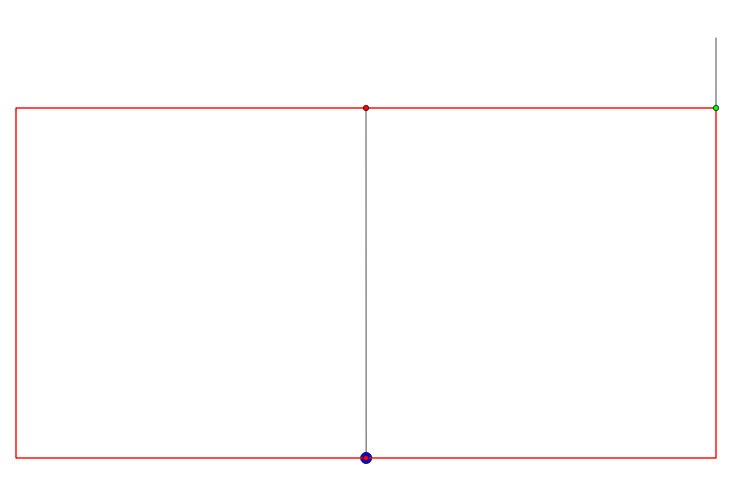
С помощью параметра *L* можно обеспечить как очень длинную «горячую секцию», так и очень быстрое остывание.

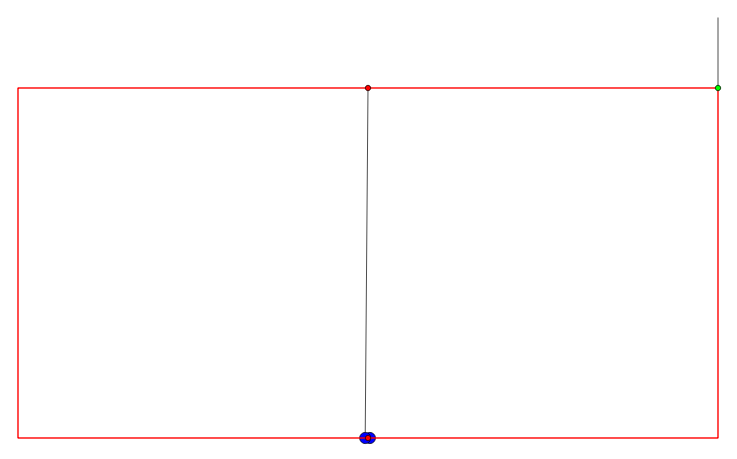
Рисунок 3 Графики зависимостей температуры от времени при различных L

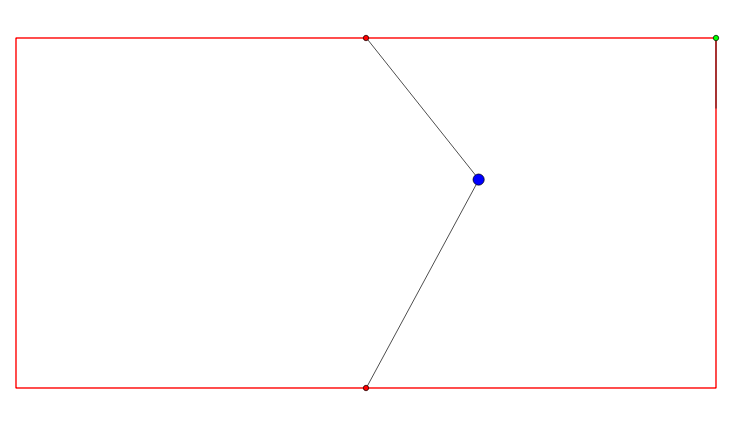
# Результаты работы алгоритма

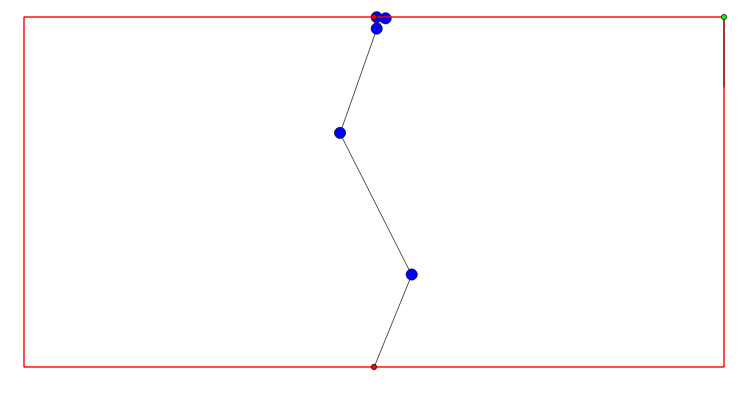
Алгоритм был протестирован при двух противоположных направлениях ветра и при разных числах промежуточных точек. На рисунках меньшими точками обозначены точки старта и финиша, большими– промежуточные.

Угол между направлением ветра и осью абсцисс - , число точек – N

Этот результат естественен, несмотря на то, что даже одна точка была проигнорирована, т.к. в данной ситуации оптимальный путь и должен быть прямой, поворотов не требуется.

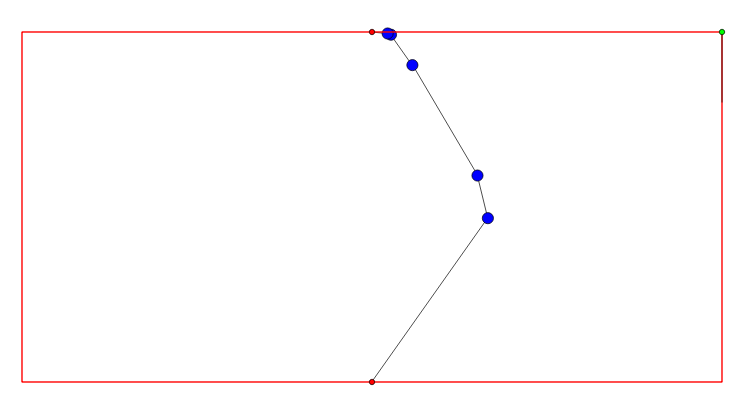
1.  . Проигнорированы все пять точек по той же причине.
2. . Это типичный пример «хода галсами».





На данном рисунке можно пренебречь последними тремя сменами курса – алгоритм привел ломаную к виду приближенно эквивалентному виду ломаной из двух промежуточных точек.

1. Условия п. 4



В этой ситуации наблюдается почти то же самое: ломаная из пяти точек сведена к ломаной из одной точки.

# Заключение

Представленный метод оптимизации курса парусного судна является недетерминированным, что неизбежно ведет, во-первых, к приближенности результатов, во-вторых, к некоторой ненулевой вероятности того, что результат окажется локальным оптимумом. Все же вычисленные оптимальные пути в целом схожи с теми, по которым суда ходят на практике. Также следует заметить, что вследствие дополнения испытания модели штрафом за смену курса алгоритм приводит также и к самым простым траекториям. Это проиллюстрировано теми его результатами, где имело место игнорирование некоторых точек или помещение их очень близко друг к другу, что позволяет так или иначе пренебречь ими без существенной потери точности.

# Использованные источники

1. Леонтьев Е. П. «Школа яхтейного капитана», М. «Физкультура и спорт», 1983
2. В.Н. Белоозеров. [http://parusa.narod.ru/bib/books/kuzn/03.htm](http://parusa.narod.ru/bib/books/kuzn/03.htm" \t "_blank)
3. А. Лопатин «Метод отжига». <http://cs-seminar.spb.ru>
4. Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. — М.: Наука, 1991.